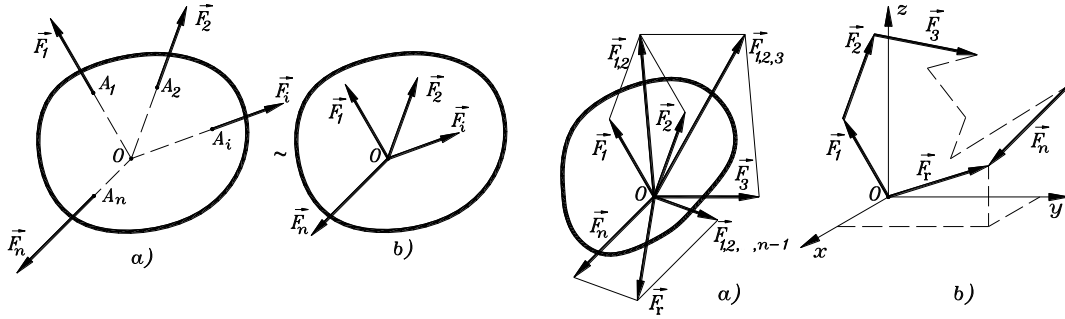


Sistem sučelnih sila

Geometrijski način slaganja sistema sučelnih sila

Teorema: Svaki sistem sučelnih sila ima rezultantu koja je jednaka vektorskom zbiru svih sila datog sistema sila i čija napadna linija prolazi kroz tačku preseka napadnih linija svih sila.



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{F}_{1,2}$$

$$\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n).$$

$$(\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3) \sim \vec{F}_{1,2,3}$$

$$\vec{F}_{1,2,3} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3,$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2,3}, \dots, \vec{F}_n)$$

$$(\vec{F}_{1,2,\dots,n-2}, \vec{F}_{n-1}) \sim \vec{F}_{1,2,\dots,n-1}$$

$$\vec{F}_{1,2,\dots,n-1} = \vec{F}_{1,2,\dots,n-2} + \vec{F}_{n-1} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_{n-1}$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2,\dots,n-1}, \vec{F}_n)$$

$$(\vec{F}_{1,2,\dots,n-1}, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_{1,2,\dots,n} \equiv \vec{F}_r$$

$$\vec{F}_{1,2,\dots,n} = \vec{F}_{1,2,\dots,n-1} + \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \equiv \vec{F}_r$$

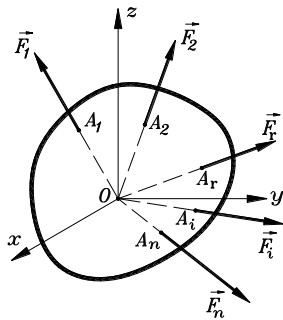
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_{1,2,\dots,n} \equiv \vec{F}_r,$$

Zapaža se da je rezultanta sučelnog sistema sila vektorski jednaka glavnom vektoru posmatranog sistema sila, tj.

$$\vec{F}_r \equiv \vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

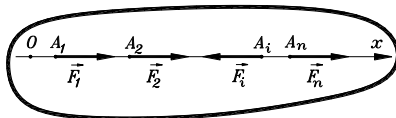
Dakle, svaki sistem sučelnih sila ima rezultantu koja je vektorski jednaka glavnom vektoru tog sistema sila.

Analitički način određivanja rezultante sistema sučelnih sila



$$\begin{aligned}
 X_r &= \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i = \sum_{i=1}^n X_i, \\
 Y_r &= \sum_{i=1}^n F_i \cos \beta_i = \sum_{i=1}^n Y_i, \\
 Z_r &= \sum_{i=1}^n F_i \cos \gamma_i = \sum_{i=1}^n Z_i, \\
 F_r &= \sqrt{X_r^2 + Y_r^2 + Z_r^2}, \\
 \cos \alpha_r &= \frac{X_r}{F_r}, \quad \cos \beta_r = \frac{Y_r}{F_r}, \quad \cos \gamma_r = \frac{Z_r}{F_r}
 \end{aligned}$$

U specijalnom slučaju, sistem sučelnih sila svodi se na sistem kolinearnih sila.



$$F_r = |X_r| = \left| \sum_{i=1}^n X_i \right|$$

Uslovi ravnoteže sistema sučelnih sila

Geometrijski uslovi ravnoteže sistema sučelnih sila

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim \dots \sim (\vec{F}_{1,2,\dots,n-1}, \vec{F}_n)$$

$$\vec{F}_{1,2,\dots,n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_{1,2,\dots,n-1} = -\vec{F}_n$$

$$\vec{F}_r = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

Dakle, potreban i dovoljan uslov za ravnotežu sučelnog sistema sila jeste da je rezultanta tog sistema sila jednaka nuli.

Analitički uslovi ravnoteže sistema sučelnih sila

$$\sum_i X_i = 0, \quad \sum_i Y_i = 0, \quad \sum_i Z_i = 0$$

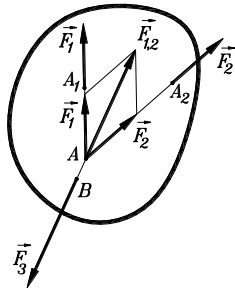
Dakle, potreban i dovoljan uslov za ravnotežu prostornog sistema sučelnih sila jeste da su zbrojevi projekcija svih sila posmatranog sistema sila na tri uzajamno upravne ose jednaki nuli.

$$\sum_i Y_i = 0, \quad \sum_i Z_i = 0$$

$$\sum_i Z_i = 0$$

Teorema o tri neparalelne sile

Teorema: Da bi sistem od tri neparalelne sile, koje deluju na telo i kod kojih se napadne linije dveju od njih seku, bio uravnotežen potrebno je da te sile obrazuju ravan sistem sučeljnih sila.



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim 0$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{F}_{1,2}$$

$$(\vec{F}_{1,2}, \vec{F}_3) \sim 0$$

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_{1,2}$$

Potrebni i dovoljni uslovi za ravnotežu ravnog sistema od tri neparalelne sile su:

- napadne linije sile seku se u jednoj tački,
- te tri sile obrazuju zatvoreni trougao sile.

Razlaganje sile

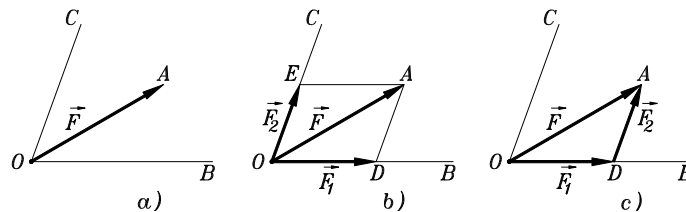
- slaganje sile

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{F}_r$$

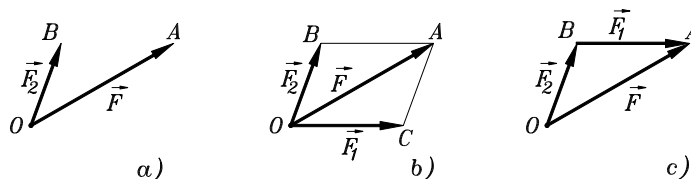
- razlaganje sile

$$\vec{F}_r \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$

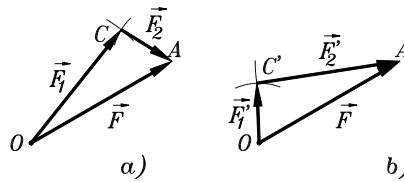
1) Data je sila \vec{F} i pravci njenih komponentata OB i OC



2) Data je sila \vec{F} i jedna njena komponenta \vec{F}_2

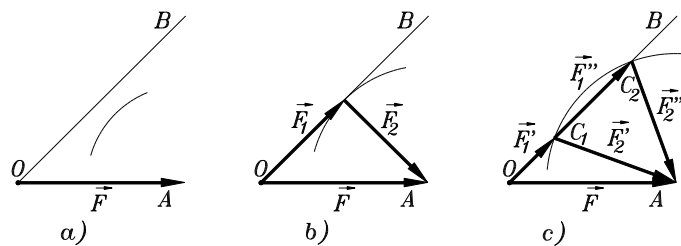


3) Data je sila \vec{F} i intenziteti F_1 i F_2 njenih komponentata. Ovaj zadatak nije jednoznačno određen.



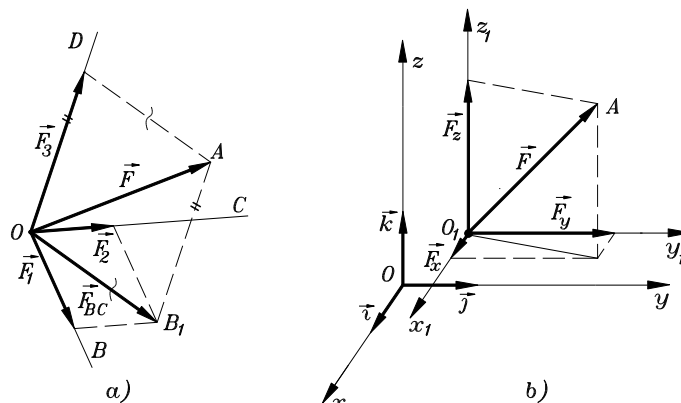
4) Data je sila \vec{F} , pravac OB jedne komponente i intenzitet F_2 druge komponente.

- luk poluprečnika F_2 ne seče pravac OB . Rešenje problema u ovom slučaju nije moguće;
- luk poluprečnika F_2 dodiruje pravac OB u tački. U ovom slučaju postoji jedno rešenje;
- luk poluprečnika F_2 seče pravac OB u dve tačke C_1 i C_2 . U ovom slučaju rešenje problema je moguće i nije jednoznačno.



- Sila se može rastaviti i na tri poznata nekolinearna pravca. Ako su to pravci OB , OC i OD koji prolaze kroz početak O sile $\vec{F} = \vec{OA}$ koja se razlaže, tada se razlaganje sile svodi na konstrukciju paralelepipeda kod koga je poznata dijagonala OA i pravci OB , OC i OD stranica.

$$\vec{F} \sim (\vec{F}_{BC}, \vec{F}_3)$$



$$\vec{F}_{BC} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$$

$$\vec{F} \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$$

- U velikom broju problema u mehanici potrebno je razložiti silu na tri međusobno ortogonalne komponente. U tom cilju najčešće se bira *Dekartov* pravougli koordinatni sistem

$Oxyz$ odnosno, $O_ix_iz_iz_i$ čije se ose poklapaju ili su paralelne sa ta tri ortogonalna pravca. Dakle, silu \vec{F} možemo napisati kao

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

Komponente \vec{F}_x , \vec{F}_y i \vec{F}_z mogu se izraziti preko projekcija X , Y i Z na odgovarajuće ose i odgovarajućih jediničnih vektora \vec{i} , \vec{j} i \vec{k} osa Ox , Oy i Oz , respektivno, tj.

$$\vec{F}_x = X\vec{i}, \quad \vec{F}_y = Y\vec{j}, \quad \vec{F}_z = Z\vec{k}$$

$$\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}.$$